

EXAMENUL DE BACALAUREAT NAȚIONAL 2024

Simulare județeană

Proba E.c) M_tehnologic

BAREM DE NOTARE ȘI EVALUARE

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

Subiectul I

(30 puncte)

1.	$\sqrt[3]{8} = 2$ $(\sqrt[3]{8} - \sqrt{3})(\sqrt[3]{8} + \sqrt{3}) = 1, \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-2} = 3$ Finalizare $(\sqrt[3]{8} - \sqrt{3})(\sqrt[3]{8} + \sqrt{3}) + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-2} = 4 - 3 + 3 = 4 \in \mathbb{N}$	1p 2p 2p
2.	$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 3$ $P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$ $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = S^2 - 2P = 8$ Finalizare $x_1^2 + x_2^2 - 2(x_1 + x_2) = 2$	2p 1p 1p 1p
3.	$(2^x)^2 + 2 \cdot 2^x - 80 = 0$ echivalentă ecuației inițiale Introducerea substituției $2^x = t > 0$ și rezolvarea ecuației $t^2 + 2t - 80 = 0$ Finalizare $2^x = 8 \quad x = 3$ $2^x = -10 < 0$ nu convine	1p 2p 1p 1p
4.	$C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n$ $C_8^0 + C_8^1 + \dots + C_8^8 = 2^8$ Finalizare $2^8 = 256$	2p 2p 1p
5.	Determinarea coordonatelor mijloacelor laturilor AB, BC, CD și DA . $M\left(\frac{x_A+x_B}{2}, \frac{y_A+y_B}{2}\right) \quad M(-4,1), N(-1,6), P(3,3), Q(0,-2)$ $MN = \sqrt{(x_M - x_N)^2 + (y_M - y_N)^2} = \sqrt{34} = PQ$ $m_{MN} = \frac{y_M - y_N}{x_M - x_N} = \frac{5}{3} = m_{PQ} \Rightarrow MN \parallel PQ$ Finalizare MNPQ paralelogram <i>Într-un paralelogram mijlocele diagonalelor coincid.</i> <i>Se verifică dacă mijlocele segmentelor MP și NQ coincid</i>	1p 3p 1p
6.	$(2\sin x - \cos x)^2 + (\sin x + 2\cos x)^2 = 4\sin^2 x - 4\sin x \cos x + \cos^2 x + \sin^2 x + 4\sin x \cos x + 4\cos^2 x$ $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ Finalizare $(2\sin x - \cos x)^2 + (\sin x + 2\cos x)^2 = 5$	2p 1p 2p

Subiectul al II-lea

(30 puncte)

1.	a) $\det A(-2) = \begin{vmatrix} 4 - (-2) & 3 \\ 5 & 2 + (-2) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 3 \\ 5 & 0 \end{vmatrix} = 6 \cdot 0 - 3 \cdot 5 =$ $= 0 - 15 = -15$	3p 2p
----	---	----------

	b) $A(a)+2B=\begin{pmatrix} 6-a & -3 \\ 13 & 12+a \end{pmatrix}$ $\det(A(a)+2B)=-a^2 - 6a + 111$ Rezolvarea ecuației $a^2 + 6a - 16 = 0$ și determinarea valorilor $a=-8$ și $a=2$	1p 2p 2p
	c) $\det A(a) = \begin{vmatrix} 4-a & 3 \\ 5 & 2+a \end{vmatrix} = (4-a)(2+a) - 15 = -a^2 + 2a - 7$ $a^2 - 2a + 7 = 0, \Delta = -24 < 0$ $\det A(a) \neq 0, \forall a \in \mathbb{R}$ rezultă A inversabilă	2p 2p 1p
2.	a) $(-1) * 2 = (-1)2 - 3(-1) - 3 \cdot 2 + 12 =$ $= -2 + 3 - 6 + 12 =$ $= 7$	2p 2p 1p
	b) $x * y = xy - 3x - 3y + 9 + 3 =$ $= x(y - 3) - 3(y - 3) + 3 =$ $= (x - 3)(y - 3) + 3$ pentru orice numere reale x și y .	2p 2p 1p
	c) $\exists e \in \mathbb{R} a. \hat{.} \forall x \in \mathbb{R} x * e = e * x = x$ (Legea este asociativă și comutativă) $x * e = (x - 3)(e - 3) + 3 = x, (x - 3)(e - 3) = x - 3$ Finalizare $e = 4 \in \mathbb{R}$	2p 2p 1p

Subiectul al III-lea
(30 puncte)

1.	a) Funcția f este derivabilă și $f'(x) = \left(\frac{x^2-2x-2}{e^x}\right)' = \frac{(x^2-2x-2)'e^x - (x^2-2x-2)(e^x)'}{(e^x)^2}$ $= \frac{(2x-2)e^x - (x^2-2x-2)e^x}{e^{2x}} = \frac{x(4-x)}{e^x}$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$	2p 3p
	b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-2x-2}{e^x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2-2x-2)'}{(e^x)'} =$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-2)'}{(e^x)'} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{e^x} = 0 \in \mathbb{R}$ Dreapta de ecuație $y=0$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției	1p 2p 2p
	c) $f'(x) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 4$ puncte de extrem local $f'(x) \geq 0$ pentru orice $x \in [0,4]$ și $f'(x) < 0$ pentru orice $x \in (4, +\infty)$ Rezultă $f(x)$ monoton crescătoare pe intervalul $[0,4]$, $f(0) \leq f(x) \leq f(4)$ și strict descrescătoare pe intervalul $(4, +\infty)$, $f(4) \geq f(x)$ $f(0) = -2$; $f(4) = 6e^{-4}$. Finalizare $-2 \leq f(x) \leq 6e^{-4}$ pentru orice $x \in [0, +\infty)$	2p 1p 1p 1p
	a) Funcția F este derivabilă pe \mathbb{R} și $F'(x) = (e^{2x} + 2x^3 - 2x^2 + 7x + 1)' =$ $= 2e^{2x} + 6x^2 - 4x + 7 = f(x)$. Rezultă că F este o primitivă a lui f pentru orice număr real $x \in \mathbb{R}$.	2p 2p 1p
2.	b) $\int f(x)dx = F(x) + c = G(x)$ $G(0) = F(0) + c = 2025$ și $F(0)=2$ rezultă $c=2023$ Finalizare $G(x) = e^{2x} + 2x^3 - 2x^2 + 7x + 2024$	1p 2p 2p
	$\int_0^1 xf(x)dx = 2\left(x \frac{e^{2x}}{2} \Big _0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 e^{2x} dx\right) + 6 \frac{x^4}{4} \Big _0^1 - 4 \frac{x^3}{3} \Big _0^1 + 7 \frac{x^2}{2} \Big _0^1 =$ $= e^2 - \frac{e^2}{2} + \frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{4}{3} + \frac{7}{2} =$ $= \frac{3e^2+25}{6}$.	2p 2p 1p

