

EXAMENUL DE BACALAUREAT - 2024

Simulare județeană

Proba E. c)

Matematică M_tehnologic

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

- 5p 1. Arătați că expresia $(\sqrt[3]{8} - \sqrt{3})(\sqrt[3]{8} + \sqrt{3}) + (\frac{1}{\sqrt{3}})^{-2}$ este număr natural.
- 5p 2. Calculați $x_1^2 + x_2^2 - 2(x_1 + x_2)$, unde x_1 și x_2 sunt rădăcinile ecuației $2x^2 - 6x + 1 = 0$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x + 2^{x+1} = 80$.
- 5p 4. Fie A o mulțime finită cu 8 elemente. Determinați numărul submulțimilor ce se pot forma cu elementele mulțimii A.
- 5p 5. Se consideră patrulaterul ABCD cu vârfurile A(-5,-3), B(-3,5), C(1,7) și D(5,-1). Arătați că patrulaterul determinat de mijloacele laturilor patrulaterului ABCD este paralelogram.
- 5p 6. Arătați că expresia $E(x) = (2\sin x - \cos x)^2 + (\sin x + 2\cos x)^2$ este constantă pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricile $A(a) = \begin{pmatrix} 4-a & 3 \\ 5 & 2+a \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$, unde $a \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Arătați că $\det A(-2) = -15$.
- 5p b) Determinați numărul real a, astfel încât $\det[A(a) + 2B] = 95$.
- 5p c) Arătați că matricea A(a) este inversabilă pentru orice număr real a.
2. Pe \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă și comutativă $x * y = xy - 3x - 3y + 12$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Calculați $(-1) * 2$.
- 5p b) Arătați că $x * y = (x - 3)(y - 3) + 3$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p c) Determinați elementul neutru al legii de compoziție.

SUBIECTUL al III-lea

(30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 2}{e^x}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{x(4-x)}{e^x}$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției.
- 5p c) Arătați că $-2 \leq f(x) \leq 6e^{-4}$ pentru orice $x \in [0, +\infty)$.
2. Se consideră funcțiile $f, F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2e^{2x} + 6x^2 - 4x + 7$ și $F(x) = e^{2x} + 2x^3 - 2x^2 + 7x + 1$.
- 5p a) Demonstrați că funcția F este o primitivă a funcției f.
- 5p b) Determinați o primitivă G a funcției f cu proprietatea $G(0) = 2025$.
- 5p c) Arătați că $\int_0^1 xf(x)dx = \frac{3e^2 + 25}{6}$.