

EXAMENUL DE BACALAUREAT - 2024

Simulare județeană

Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$ *Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică**Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

- 5p 1. Fie $z = 5 + 7i$, unde $i^2 = -1$. Determinați partea întregă a numărului $|z|$.
- 5p 2. Determinați toate elementele mulțimii $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 6x^2 - 7x - 20 \leq 0\}$.
- 5p 3. Determinați mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $\sqrt{x-1} + \sqrt{3-x} = 2$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând o submulțime a mulțimii $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$, aceasta să admită exact 4 elemente.
- 5p 5. Pe laturile BC , CA , BA , ale triunghiului ABC , se consideră punctele D , E , respectiv F , astfel încât $BD = \frac{1}{3}BC$, $CE = \frac{1}{2}AE$ și $BF = \frac{2}{3}AB$. Demonstrați că $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \vec{0}$.
- 5p 6. Fie $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ astfel încât $\sin x = \frac{4}{5}$. Calculați $\sin 2x$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Demonstrați că $\det(I_3 + A + A^2) = 0$.
- 5p b) Determinați cel mai mic număr natural nenul n pentru care $A^n = I_3$.
- 5p c) Determinați suma elementelor matricei $B = A + A^2 + A^3 + \dots + A^{100}$
2. Pe \mathbb{R} definim legea " \oplus " prin $x \oplus y = \frac{2x + 2y - 31}{2}$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$. Se știe că această lege este comutativă și asociativă.
- 5p a) Demonstrați că $\left(\frac{31}{2} - t\right) \oplus \left(\frac{31}{2} + t\right) = \frac{31}{2}$, oricare ar fi $t \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Demonstrați că legea " \oplus " admite element neutru.
- 5p c) Dacă $(a_n)_{n \geq 1}$ este o progresie aritmetică având $a_1 = \frac{3}{2}$ și rația egală cu 1 calculați $a_1 \oplus a_2 \oplus a_3 \oplus \dots \oplus a_{28} \oplus a_{29}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 puncte)

1. Fie funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \frac{1}{x}$.
- 5p a) Determinați soluția reală a ecuației $f'(x) = 0$.
- 5p b) Determinați intervalele de monotonie ale funcției f .
- 5p c) Determinați toate valorile numărului $x > 0$ pentru care $f(x^2) + f(x^4) = f(x^3) + f(x^5)$.
2. Pentru orice $n \in \mathbb{N}$ definim numărul $I_n = \int_0^1 x^n e^{x^2} dx$.



- 5p a) Demonstrați că $I_1 = \frac{e-1}{2}$.
- 5p b) Demonstrați că $2I_{2024} + 2023I_{2022} = e$.
- 5p c) Știind că $(t-1)^2 \geq 0$, pentru orice număr real t , demonstrați că $I_2 + I_0 \geq e-1$.