

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică  $M_{tehnologic}$

Testul 12

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că  $\left(\frac{2}{3}\right)^2 : \frac{1}{3} - 3 : 9 = 1$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x - 9$ . Determinați abscisa punctului de intersecție a graficului funcției  $f$  cu axa  $Ox$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{x^2 - 4x + 8} = x$ .
- 5p 4. După o ieftinire cu 8%, un produs costă 184 de lei. Determinați prețul produsului înainte de ieftinire.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(-2,3)$ ,  $B(4,1)$ ,  $C$  și  $D$ . Știind că punctele  $C$  și  $B$  sunt mijloacele segmentelor  $AB$ , respectiv  $CD$ , determinați coordonatele punctului  $D$ .
- 5p 6. Se consideră  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  astfel încât  $\cos x = \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} \cdot \sin x$ . Arătați că  $\sin x = \frac{1}{2}$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ .
- 5p a) Arătați că  $\det A = 0$ .
- 5p b) Arătați că  $A \cdot A = 5A$ .
- 5p c) Determinați valorile reale ale lui  $x$  pentru care  $\det(xA + (1-x)I_2) \geq 0$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = 3xy - x^2 - y^2$ .
- 5p a) Arătați că  $1 * 2 = 1$ .
- 5p b) Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $2 * x = 1$ .
- 5p c) Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $(\sqrt[3]{x} * \sqrt[3]{x}) * \sqrt[3]{x^2} = 1$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x - \frac{x}{x+2}$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{2(x+1)(x+3)}{(x+2)^2}$ ,  $x \in (-2, +\infty)$ .
- 5p b) Determinați intervalele de monotonie a funcției  $f$ .
- 5p c) Determinați ecuația asimptotei oblice la graficul funcției  $f$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 + 5}{x^2 + 1}$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_0^3 (x^2 + 1) f(x) dx = 24$ .
- 5p b) Calculați  $\int_0^1 (f(x) - 1) dx$ .
- 5p c) Arătați că orice primitivă  $F$  a funcției  $f$  este concavă pe  $[0, +\infty)$ .