

CONCURSUL NAȚIONAL PENTRU OCUPAREA POSTURILOR /CATEDRELOR DECLARATE
VACANTE/REZERVATE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR

17 iulie 2019

Probă scrisă
MATEMATICĂ

Varianta 3

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 4 ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adott az $(a_n)_{n \geq 1}$ valós számokból álló számtani haladvány, amelyben $a_4 = 3\sqrt{2}$.
- 5p a) Igazolja, hogy ha a haladvány állandó különbsége $\sqrt{2} - 1$, akkor $a_1 = 3$.
- 5p b) Határozza meg az $(a_n)_{n \geq 1}$ számtani haladvány állandó különbségét tudva, hogy $a_1 + a_2 + \dots + a_9 = 36\sqrt{2}$.
- 5p c) Bizonyítsa be, hogy az $(a_n)_{n \geq 1}$ számtani haladványnak legtöbb egy racionális tagja lehet!
2. Az ABC hegyesszögű háromszögben $AB < AC$ és az A szög mértéke 60° . Az ABC háromszög BE és CF magasságai, $E \in AC$ és $F \in AB$, a H pontban metszik egymást. A BH szakasz felezőmerőlegese az AB oldalt a P pontban metszi, a CH szakasz felezőmerőlegese pedig az AC oldalt a Q pontban metszi.
- 5p a) Igazolja, hogy $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{1}{2}$.
- 5p b) Bizonyítsa be, hogy $BH \cdot HE = CH \cdot HF$.
- 5p c) Bizonyítsa be, hogy $BP + CQ = PQ$.

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f = X^3 + aX^2 + X + 1$ polinom, ahol a komplex szám. A polinom gyökei x_1 , x_2 és x_3 .
- 5p a) Határozza meg az a komplex számot tudva, hogy az f polinom osztható az $X + a$ polinommal!
- 5p b) Ha $a = 1$, igazolja, hogy $(x_1 + x_2 + x_3)^3 = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$.
- 5p c) Határozza meg azokat az a egész számokat, amelyekre az f polinomnak van egy racionális gyöke!
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \arctg(x^2 + 1)$ függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy $f'(x) = \arctg(x^2 + 1) + \frac{2x^2}{1 + (x^2 + 1)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Határozza meg az f függvény grafikus képe ferde aszimptotájának egyenletét a $+\infty$ felé!
- 5p c) Határozza meg az f függvénynek azt az $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ primitívjét, amelyre $F(0) = \frac{\pi}{8}$.

III. FELADATSOR

(30 pont)

A következő táblázat a IX. osztályos, heti 3 órás matematika tanterv egy részletét tartalmazza.

Competențe specifice	Conținuturi
<p>1. Recunoașterea corespondenței dintre seturi de date și reprezentări grafice</p> <p>2. Reprezentarea grafică a unor date diverse în vederea comparării variației lor</p> <p>3. Aplicarea formulelor de calcul și a lecturii grafice pentru rezolvarea de ecuații, inecuații și sisteme de ecuații</p> <p>4. Exprimarea prin reprezentări grafice a unor condiții algebrice; exprimarea prin condiții algebrice a unor reprezentări grafice</p> <p>5. Determinarea unor relații între condiții algebrice date și graficul funcției de gradul al II-lea</p> <p>6. Utilizarea monotoniei și a punctelor de extrem în optimizarea rezultatelor unor probleme practice</p>	<p>Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea</p> <ul style="list-style-type: none"> • Monotonie; punct de extrem (vârful parabolei), interpretare geometrică • Poziționarea parabolei față de axa Ox, semnul funcției, inecuații de forma $ax^2 + bx + c \leq 0$ ($\geq, <, >$), $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, interpretare geometrică • Poziția relativă a unei drepte față de o parabolă: rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases}$, cu $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$, interpretare geometrică

(Programa școlară de matematică, OMECI nr. 5099 / 09.09.2009)

A fenti táblázatban megjelenő specifikus kompetenciák kialakulásának/fejlődésének felmérésére dolgozzon ki hat itemet, egyet-egyét a következő típusokból: *egy feleletválasztósat, egy párbaállítósat, egy rövid válaszosat, egy kiegészítőset, egy struktúrált kérdést és egy feladatmegoldó típusú itemet*. Minden kidolgozott item esetén nevezze meg azt a kompetenciát/kompetenciákat, amelye(ke)t mér az adott itemmel.

Megjegyzés: minden kidolgozott item esetén pontozódik a felmért kompetencia/kompetenciák pontos megnevezése, az itemek formátumának betartása, a várt válasz részletes kidolgozása és helyessége (javítókulcs) valamint a tudományos tartalom helyessége.