Barem de corectare OLM 2019 Clasa a VII-a

P1

a) $E(n)=\left\|10^n-2019\right\|-\left\|2018-10^n\right\|$	1p
Dacă $n\in\{0,1,2,3\}$, $E(n)=2019-10^n-2018+10^n \Rightarrow E(n)=1$	1p
Dacă $n\in N-\{0,1,2,3\}$, $E(n)=10^n-2019+2018-10^n \Rightarrow E(n)=-1$	2p
b) $E(n)=\frac{a}{\sqrt{2}-1}+\frac{b}{\sqrt{2}+1} \Leftrightarrow -1-a+b=\sqrt{2}(a+b)$, pentru $n\geq 4$	1p
$\sqrt{2}(a+b)\in Q \Leftrightarrow a+b=0$	1p
$a=-\frac{1}{2}$; $b=\frac{1}{2}$	1p

P2 – autor Simona Dumitrescu

a) $b-\frac{2019}{b}=\frac{b^2-2019}{b}=\frac{2020a}{2020a+26260}$	1p
Fracția $\frac{2020a}{2020a+26260}$ este strict pozitivă și subunitară pentru orice $a\in N^*$	2p
b) $\frac{2020b}{b^2-2019}=\frac{2020a+26260}{a} \Leftrightarrow \frac{b^2-2019}{b}=\frac{a}{a+13}$	1p
$\frac{b^2-2019}{b}>0 \Rightarrow b\geq 45$	1p
$(b-1)^2<b(b-1)<2019 \Rightarrow (b-1)^2<44^2 \Rightarrow b\leq 45$	1p
$a=2$; $b=45$	1p

P3 – autor Cătălin Cristea (GM 10/2018)

Construim $MX \parallel AC$ și $NY \parallel AB$, $X,Y\in[BC]$	2p
Din teorema lui Thales $\frac{AM}{AB}=\frac{XC}{BC}$ și $\frac{CN}{AC}=\frac{CY}{BC}$	1p
$\frac{AM}{AB}=\frac{CN}{AC} \Rightarrow \frac{XC}{BC}=\frac{CY}{BC} \Rightarrow X=Y$	1p
$AMXN$ paralelogram și Q mijlocul lui $[MN]$, deci Q mijlocul lui $[AX]$	1p
$[PQ]$ linie mijlocie în ΔBAX, deci $BX=2PQ$	1p
$\frac{AM}{AB}+2\cdot\frac{PQ}{BC}=\frac{XC}{BC}+\frac{BX}{BC}=\frac{BC}{BC}=1$	1p

P4 – autor Dan Vulc

a) ΔCDB isoscel, deci $[BD$ este bisectoarea unghiului $\angle CDB$	1p
În ΔADB, $m(\angle DAB)=2\cdot m(\angle DBA)$ și $m(\angle ADB)=60^0$, deci $m(\angle DAB)=80^0$ și $m(\angle ADC)=100^0$	1p
$m(\angle CAB)=\frac{m(\angle DAB)}{2}=40^0$; $m(\angle EAB)=m(\angle DAB)-m(\angle DAE)=20^0$ $[AE$ și $[BE$ bisectoare, deci E este centrul cercului înscris în ΔABC.	2p
b) $[CF$ bisectoare în $\Delta ABC \Rightarrow \frac{AF}{FB}=\frac{AC}{BC}$	1p
$m(\angle EFB)=m(\angle FEB)=70^0 \Rightarrow \Delta FBE$ isoscel, deci $FB=BE=b$	1p
$AC=BD=a+b$, deci $AF=\frac{b^2+ab}{a}$	1p