



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală – Constanța, 17.02.2019

Clasa a VIII-a

SUBIECTUL 1

a) Arătați că, oricare ar fi numerele pozitive a și b are loc egalitatea

$$(\sqrt{ab})^2 = \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \cdot \frac{a+b}{2}.$$

b) Determinați $a, b \in (0, +\infty)$ știind că $\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \cdot \sqrt{ab} \cdot \frac{a+b}{2} = 192\sqrt{3}$ și

$$\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} = 5\sqrt{2}$$

SUBIECTUL 2

Fie numerele $a = \sqrt{2^{2014} - 2^{1008} + 2^{1009}} + 1$ și $b = \sqrt{2^{2014} - 2^{1009} + 2^{1008}} + 1$.

a) Arătați că numerele a și b sunt numere naturale impare consecutive.

b) Comparați numerele $5a - 3b$ și $\sqrt{5}^{864}$.

SUBIECTUL 3

Fie $ABCA'B'C'$ o prismă triunghiulară regulată, cu $AB = 8$ cm, $AA' = 8\sqrt{3}$ cm.

a) Dacă I este proiecția punctului A pe planul $(A'BC)$, să se demonstreze că punctul I este centrul cercului înscris în triunghiul $A'BC$.

b) Să se afle sinusul unghiului format de dreptele AB și $A'C$.

G.M. Supliment, nr. 3/2018

SUBIECTUL 4

Fie $ABCA'B'C'D'$ un cub cu $AB = 12$ cm, punctul P este centrul feței $ADD'A'$, iar Q este mijlocul muchiei $[BC]$.

a) Să se calculeze lungimile segmentelor $[C'P]$ și $[QP]$.

b) Să se calculeze distanța de la punctul Q la planul $(A'C'D)$.

Notă:

Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.

Nu se acordă puncte din oficiu.