



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapa locală – Constanța, 17.02.2019

Clasa a VII-a

SUBIECTUL 1

a) Demonstrați că $\frac{k}{n(n+k)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+k}, \forall n, k \in \mathbb{N}.$

b) Se dau numerele $a = \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{3}{5 \cdot 8} + \frac{4}{8 \cdot 12} + \frac{5}{12 \cdot 17} + \frac{6}{17 \cdot 23} + \frac{7}{23 \cdot 30}$ și

$b = 3 + 8 + 13 + \dots + 10018$. Calculați partea întreagă a numărului $\sqrt{15 \cdot a + \frac{b}{1002}}.$

SUBIECTUL 2

a) Arătați că pentru orice $x \in \mathbb{N}$ care nu este multiplu de 3, restul împărțirii lui x^2 la 3 este egal cu 1.

b) Demonstrați că $a = \sqrt{2018^{2020} + 2020^{2018} + 2019}$ este irațional.

SUBIECTUL 3

Se consideră un triunghi ascuțitunghic ABC și fie D piciorul înălțimii din A pe BC . Se duce $DE \perp AC$, $E \in AC$ și fie F un punct pe segmentul (DE) astfel încât $AF \perp BE$.

Arătați că $\frac{DF}{EF} = \frac{CD}{BD}.$

SUBIECTUL 4

Fie ABC un triunghi echilateral, $M \in AC$ astfel încât $\frac{AM}{AC} = \frac{2}{3}$ și N simetricul lui M

față de BC . Dreapta NC intersectează paralela prin A la BC în T , iar TM intersectează BC în O și pe AB în Q .

a) Demonstrați că $ABCT$ este romb.

b) Arătați că BO este linie mijlocie în triunghiul ATQ .

Notă:

Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.

Nu se acordă puncte din oficiu.