OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapa locală – Constanța, 17.02.2019

Clasa a V-a

Barem de corectare și notare:

SUBIECTUL 1

Fie $a = 2019 + 2 \cdot (1 + 2 + 3 + \cdots + 2018)$.

a)Arătați ca a este pătrat perfect.

b)Aflați restul împărțirii numărului $a^2 - a$ la 2018.

Soluție:

a) $a = 2019 + 2 \cdot (2018 \cdot 2019) : 2$ 1p

$a = 2019 + 2018 \cdot 2019$

$a = 2019 \cdot (1 + 2018)$ 1p

$a = 2019 \cdot 2019$

$a = 2019^2$ este pătrat perfect 1p

b) $a^2 - a = a(a - 1)$ 1p

$a = 2018 + 2018 \cdot 2019 + 1$ 1p

$a = 2018 \cdot k + 1, k \in N$ 1p

$a - 1 = 2018k \Rightarrow a - 1 \vdots 2018 \Rightarrow a(a-1) \vdots 2018$, deci restul împărțirii lui $a^2 - a$ la 2018 este zero 1p

SUBIECTUL 2

Aflați numerele de forma $\overline{abc}$ știind că împărțind numărul $\overline{abc}$ la numărul $\overline{bc}$ obținem câtul 6 și restul 5.

Soluție:

$\overline{abc} = 6 \cdot \overline{bc} + 5$..1p

$100 \cdot a + \overline{bc} = 6 \cdot \overline{bc} + 5$..1p

$100 \cdot a = 5 \cdot \overline{bc} + 5$..1p

$20 \cdot a = \overline{bc} + 1$..1p

$a \leq 5$..1p

$\overline{abc} \in \{119,239,359,479,599\}$..2p

SUBIECTUL 3

a) Se dau numerele :

$x = [3^{61} : 9^{30} + (5^6)^7 : (5^5)^8] : 2^2 \cdot 3 - 3$ și y= $100:\{23 + 34 : [(2 \cdot 3^2)^2 : 18 - 2019^0 \cdot 1^{2019}]\} \cdot 3$

Comparați numerele 3^x și 5^y.

b) Fie n= $5^{2019} - 5^{2018} + 2 \cdot 5^{2016} + 2 \cdot 5^{2015}$.Aflați ultimele 11 cifre ale numărului *n*.

Soluție:

$x = (3^{61} : 3^{60} + 5^{42} : 5^{40}) : 4 - 3$ deci $x = 18$..1p

$y = 12$ 1p

$3^x = 3^{18} = (3^3)^6$ și $5^y = 5^{12} = (5^2)^6$..1p

$27^6 > 25^6$..1p

b)n= $5^{2015}(5^4 - 5^3 + 2 \cdot 5 + 2) = 5^{2015} \cdot 512$..1p

$n = 5^{2006} \cdot 5^9 \cdot 2^9$..1p

Ultimile cifre ale lui n sunt 25000000000..1p

SUBIECTUL 4

Determinați numerele naturale *x* și *y* pentru care: $2018 = 8 \cdot 3^x + 8 \cdot 3^y + 2$.

(***Gazeta Matematică, Nr. 10/2018***)

Soluție:

$2018 - 2 = 8(3^x + 3^y)$ 1p

$252 = 3^x + 3^y$ 1p

$7 \cdot 2^2 \cdot 3^2 = 3^x + 3^y$ 1p

$28 = 3^{x-2} + 3^{y-2}$ 1p

$0 \leq x - 2 \leq 3$ și $0 \leq y - 2 \leq 3$ 1p

$x = 2$ și $y = 5$ sau $x = 5$ și $y = 2$ 1p

<u>Notă</u> : Orice altă soluţie corectă, diferită de cea din barem, va primi punctaj maxim.