

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
16.02.2019
BAREM**

CLASA a VI-a

Subiectul I

$$a = 5 \cdot [3 \cdot 5^{66} : 5^{65} - 1] : 2 - (5^4)^3 : (5^3)^4 \dots\dots\dots 1p$$

$$a = 34 \dots\dots\dots 1p$$

$$b = 98^n : 98 : 49^n \cdot 196 : 2^n \dots\dots\dots 1p$$

$$b = 2 \dots\dots\dots 1p$$

$$\frac{2\frac{3}{2} + 0,2x}{1,3(2)} = \frac{4}{1} \dots\dots\dots 1p$$

$$\frac{\frac{7}{2} + \frac{x}{5}}{\frac{119}{90}} = \frac{4}{1} \Rightarrow \frac{35+2x}{10} = \frac{476}{90} \Rightarrow 9(35+2x) = 476 \Rightarrow 18x = 161 \Rightarrow x = 8,9(4) \dots\dots\dots 2p$$

Subiectul II

a) Pentru $n = 2$, sunt satisfăcute condițiile din cele două mulțimi, deoarece, $a = 24 + 264$, deci $a : 24$, iar $u(b) = u(3^2 + 7^4 + 2^{2018}) = 4$, deci b prin împărțire la 10 dă restul 4..... 1p

$A = \{2\}$ și $B = \{3\}$, de unde $A \cup B = \{2, 3\}$ 1p

b) $n \leq 2019 \Rightarrow n \in \{0, 1, 2, \dots, 2019\}$.

$a = 3n(n+2) + 24 \cdot 11$, $a : 24$, dacă $n(n+2) : 8 \Rightarrow n$ trebuie să fie număr par $\Rightarrow$

$A = \{0, 2, 4, \dots, 2018\}$ 1p

Restul împărțirii numărului b la 10 este dat de ultima cifră a lui b . Cum $u(2^{2018}) = 4$ și din analiza cazurilor $n = 4k$, $n = 4k+1$, $n = 4k+2$, $n = 4k+3$, $k \in \mathbb{N}$, obținem că $u(b) = 4$, dacă n este număr par $\Rightarrow B = \{1, 3, 5, \dots, 2019\}$ 1p

$$S = 0 + 2 + 4 + \dots + 2018 = 1019090 \dots\dots\dots 1p$$

$$T = 1 + 3 + 5 + \dots + 2019 = 1020100 \dots\dots\dots 1p$$

$$S+T = 0+1+2+\dots + 2019 = 2039190 \dots\dots\dots 1p$$

Subiectul III

a)

Suma măsurilor unghiurilor în jurul unui punct este 360° .

$$1^0 + 2^0 + 3^0 + 4^0 + \dots + n^0 + t^0 = 360^0 \dots\dots\dots 1p$$

$$S_n + t^0 = 360^0 \Rightarrow S_n \leq 360^0 \dots\dots\dots 1p$$

$$\frac{n(n+1)}{2} \leq 360^0 \Rightarrow n(n+1) \leq 720^0 \dots\dots\dots 1p$$

Din $n = \text{maxim}$, n și $n+1$ consecutive, obținem $n = 26^0$, $n+1 = 27^0 \dots\dots\dots 1p$

$m(\widehat{X_n O X}) = 360^0 - 351^0 = 9^0$ 1p
b)

$m(\widehat{X_5 O X_{14}}) = m(\widehat{X_5 O X_6}) + m(\widehat{X_6 O X_7}) + m(\widehat{X_7 O X_8}) + \dots + m(\widehat{X_{13} O X_{14}})$ 1p

$m(\widehat{X_5 O X_{14}}) = 6^0 + 7^0 + 8^0 + \dots + 14^0 = 90^0$, deci $(OX_5 \perp OX_{14})$ 1p

Subiectul IV

a) Cum $[MB] \equiv [MC]$, MA va fi mediatoarea segmentului (BC)..... 1p

$d(B, MA) = \frac{1}{2} \cdot BC \Rightarrow d(B, MA) = 3 \text{ cm.}$ 1p

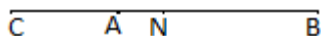


b) Notăm $AC = a \Rightarrow AB = k \cdot a$.

Apar cazurile:

I. $C - A - B$, atunci $NB = \frac{1}{2} \cdot BC \Rightarrow NB = \frac{a}{2} \cdot (k+1)$ și $AN = AB - NB \Rightarrow AN = \frac{a}{2} \cdot (k-1)$, de

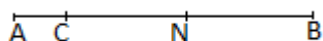
unde $\frac{NB}{NA} = \frac{k+1}{k-1}$.



Aceleași rezultate se obțin și în cazul $B - A - C$ 2p

II. $A - C - B$, atunci $NB = \frac{1}{2} \cdot BC \Rightarrow NB = \frac{a}{2} \cdot (k-1)$ și $AN = AC + NC \Rightarrow AN = \frac{a}{2} \cdot (k+1)$, de

unde $\frac{NB}{NA} = \frac{k-1}{k+1}$.



Același rezultat se obține și în cazul $B - C - A$ 2p