OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
16.02.2019

CLASA a VI-a

Subiectul I

Fie numerele: $a = 5 \cdot [3 \cdot (5 \cdot 5^2 \cdot 5^3 \cdot \ldots \cdot 5^{11}) : 5^{65} - 2019^0] : 2 - 625^3 : 125^4$ și $b = 98^{n-1} : 7^{2n} \cdot 196 : 2^n$. Determinați valoarea lui x din proporția:

$$\frac{2\frac{3}{2} + 0{,}2x}{1{,}3(2)} = \frac{a+2}{b+7}$$

Subiectul II

Se consideră mulțimile:
A = {n $\in$ N | n $\leq$ 2019 și numărul a = 3n(n+2) + 264 este divizibil cu 24} și
B = {n+1 | numărul $3^n + 7^{n+2} + 2^{2018}$ prin împărţire la 10 dă restul 4, unde, n $\in$ N, n $\leq$ 2019}.
a) Pentru n = 2, calculați A $\cup$ B.
b) Dacă S și T reprezintă suma elementelor mulțimii A, respectiv mulțimii B, calculați S, T și S+T.

Subiectul III

În jurul punctului O formăm unghiuri cu următoarele măsuri:

$m(\widehat{XOX_1}) = 1^o$, $m(\widehat{X_1OX_2}) = 2^o$, $m(\widehat{X_2OX_3}) = 3^o$, $m(\widehat{X_3OX_4}) = 4^o$, ..., $m(\widehat{X_{n-1}OX_n}) = n^o$

și $m(\widehat{X_nOX}) = t^o$, $unde\ n, t \in \mathbb{N}$

a) Aflați valoarea maximă a lui n și $m(\widehat{X_nOX}) = t^o$
b) Demonstrați că semidreptele $(OX_5$ și $(OX_{14}$ sunt perpendiculare, în situația când numărul natural n este maxim.

Subiectul IV

Pe o dreaptă d se consideră punctele A, B și C astfel încât $AB = k \cdot AC$, unde $k \in Q_+$.
a) Dacă BC = 6 cm, k = 1 și M $\notin$ AB, astfel încât $[MB] \equiv [MC]$, calculați distanța de la B la dreapta AM.
b) Pentru k $>$ 1, calculaţi $\frac{NB}{NA}$, unde N este mijlocul segmentului (BC).

Notă: *Toate subiectele sunt obligatorii.*

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.

Timp de lucru 2 ore.