

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
16.02.2019
BAREM

CLASA a V-a

Subiectul I

- a) $\frac{42}{50} \cdot \frac{42}{50} \cdot \frac{42}{50} \dots \frac{42}{50} \cdot \frac{42}{50} \cdot \frac{42}{50} \cdot \frac{42}{50} \cdot \frac{42}{50} \cdot \frac{42}{50} + 110$ 1p
 $42 \cdot 5 + 110 = 320$ pixuri ce vor fi redistribuite
 $320 : 8 = 40$ cutii, deci în total vor fi 45 cutii2p
 $40 \cdot 50 = 2000$ pixuri1p
- b) Dacă alegem 11 numere, avem 11 resturi la împărțirea lor la 101p
 Sunt 10 resturi posibile 0,1,2, ..., 91p
 Conform Principiului cutiei, există minim două resturi care se repetă,
 deci există cel puțin două pixuri care au aceeași ultimă cifră1p

Subiectul II

$$a \cdot \overline{bc} + 1 = b \cdot \overline{ac} \dots\dots\dots 1p$$

$$a(10b+c) + 1 = b(10a+c) \dots\dots\dots 1p$$

$$1 = c(b-a) \dots\dots\dots 1p$$

$$C=1 \text{ și } b-a=1 \dots\dots\dots 1p$$

$$\overline{abc} \in \{121, 231, 341, 451, 561, 671, 781, 891\} \dots\dots\dots 2p$$

$$a \cdot \overline{bc} = b \cdot \overline{ac} + 1$$

$$\overline{abc} \in \{211, 321, 431, 541, 651, 761, 871, 981\} \dots\dots\dots 1p$$

Subiectul III

a) $963 : 9 - 11 \cdot 3^2 = 8 \dots\dots\dots 1p$
 $[2^{15} \cdot 2^{24} + (8)^{13} + (2^3)^{20} : 4^{10}] = 2^{39} + 2^{39} + 2^{40} \dots\dots\dots 1p$
 $2^{39} + 2^{39} = 2^{40}$
 $[2^{40} + 2^{40}] : 2^{41} = 1 \dots\dots\dots 1p$

- b) $2^a + 4^b + 8^c = 16^{100} \Leftrightarrow 2^a + 2^{2b} + 2^{3c} = 2^{400}$ 1p
 $2^a, 2^{2b}, 2^{3c}$ nu pot fi toate egale1p
 $2^a, 2^{2b}, 2^{3c}$ nu pot fi distincte1p
 $2^{398} + 2^{398} + 2^{399} = 2^{400}$
 $a=398, b=199, c=133$ 1p

Subiectul IV

- Resturile posibile sunt 0,1,2,3,4
Suma a 5 resturi consecutive este 101p
 $2019=201 \cdot 10 + 9$ 1p
Sunt 201 grupe de cate 5 numere consecutive1p
 $9=2+3+4=2+3+4+0$ 2p
 $n=$ minim, deci $n=2$ 1p
 $k=$ minim, deci $k+1= 201 \cdot 5 +3=1008$
 $k=1007$ 1p