

Olimpiada Națională de Matematică - Etapa locală

Clasa a V – a

VARIANTA 1

BAREM ORIENTATIV de CORECTARE și NOTARE:

1. $3^{29} - 3^{28} - 3^{27} = 3^{27} \cdot 5$ 2p
 $3^{3^n+1} + 2 \cdot 3^{3^n} = 3^{3^n} \cdot 5$ 2p
 $3^{3^n} < 3^{27}$ 1p
 $n \in \{0, 1, 2\}$ 2p
2. Ultima cifră a puterilor lui 2 și 3 se repetă din 4 în 4 2p
 Cazul 1. $n = 4k$ $u(2^n) = 6$ $u(3^n) = 1$. Deci $u(2^n + 3^n) = 7$ 1p
 Cazul 2. $n = 4k+1$ $u(2^n) = 2$ $u(3^n) = 3$ Deci $u(2^n + 3^n) = 5$ 1p
 Cazul 3. $n = 4k+2$ $u(2^n) = 4$ $u(3^n) = 9$ Deci $u(2^n + 3^n) = 3$ 1p
 Cazul 4. $n = 4k+3$ $u(2^n) = 8$ $u(3^n) = 7$ Deci $u(2^n + 3^n) = 5$ 1p
 Numerele naturale care verifică cerința sunt cele care împărțite la 4 dau restul 1 sau 3 . 1p
3.
 1 înghețată 1 prăjitură 6 lei / $\cdot 3$ 1p
 3 înghețate 4 sucuri 16 lei (1)
 1 prăjitură 3 sucuri 5 lei / $\cdot 3$ 1p
 3 prăjituri 9 sucuri 15 lei (2)
 3 înghețate 3 prăjituri 18 lei (3)
 Adunând relațiile (1) și (2), obținem:
 3 înghețate 3 prăjituri 13 sucuri 31 lei (4) 1p
 Scăzând relația (3) din relația (4) obținem 13 sucuri 13 lei
 $\Rightarrow$ 1 suc costă 1 leu 1p
 Atunci, 1 prăjitură costă 2 lei și o înghețată costă 4 lei 1p
 Ioana va cheltui $5(1 + 2 + 4) = 35$ lei 1p
 Ioana are $30 + 10 = 40$ lei
 Deci, suma pe care o are Ioana este suficientă și îi mai rămân $40 - 35 = 5$ lei 1p
4. Alex și Vali trag 11 cărți cu suma 66. (2p)
 Șapte cărți sunt distincte, deci 4 sunt suprapuse.....(1p)
 Suma valorilor cărților suprapuse este $66-52= 14$ (1p)
 Cum singurele numere distincte de pe cărți cu suma 14 sunt 2, 3, 4, 5, iar produsul lor este 120, atunci produsul tuturor numerelor este divizibil cu 120. (3p)

Notă:

Orice altă soluție corectă se punctează corespunzător.

Se acordă numai punctaje întregi.