

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică  $M_{\text{șt-nat}}$

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că suma elementelor mulțimii  $\{n \in \mathbb{N} \mid n(n+2) < 14\}$  este egală cu 3.
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax + b$ . Determinați numerele reale  $a$  și  $b$ , știind că  $f(0) = 1$  și  $f(x+1) = f(x) + 2$ , pentru orice număr real  $x$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația  $(x+5)^2 - 9 > 0$ .
- 5p 4. Determinați numărul submulțimilor ordonate cu două elemente ale mulțimii  $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ .
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(0,2)$ ,  $B(3,5)$  și  $C(-1,3)$ . Determinați coordonatele simetricului punctului  $A$  față de mijlocul segmentului  $BC$ .
- 5p 6. Calculați sinusul unghiului  $D$  al triunghiului  $DEF$ , știind că semiperimetrul triunghiului  $DEF$  este egal cu 6,  $DE = 4$  și  $DF = 5$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$  și  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p a) Arătați că  $\det A = 2$ .
- 5p b) Determinați numerele reale  $x$  și  $y$  pentru care  $A \cdot A \cdot A = xA + yI_3$ .
- 5p c) Determinați inversa matricei  $B = A + I_3$ .
2. Pe mulțimea  $M = (0, +\infty)$  se definește legea de compoziție  $x \circ y = x^{2 \log_3 y}$ .
- 5p a) Arătați că  $2 \circ 9 = 16$ .
- 5p b) Determinați numărul real  $x$ ,  $x \in M$  pentru care  $x \circ 3 = 25$ .
- 5p c) Demonstrați că legea de compoziție „ $\circ$ ” este comutativă.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{e^x}{x-1}$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{e^x(x-2)}{(x-1)^2}$ ,  $x \in (1, +\infty)$ .
- 5p b) Determinați intervalele de monotonie a funcției  $f$ .
- 5p c) Demonstrați că  $e^{x-2} - x + 1 \geq 0$ , pentru orice  $x \in (1, +\infty)$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sin x$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx = \frac{1}{2}$ .
- 5p b) Arătați că  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(x) dx = 1$ .
- 5p c) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei  $Ox$  a graficului funcției  $g: \left[0, \frac{\pi}{4}\right] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = f(x)$ .