Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$z_1 z_2 + 2z_1 + z_2 = (2+3i)(4-6i) + 2(2+3i) + 4 - 6i =$	**2p**
	$= 8 - 12i + 12i - 18i^2 + 4 + 6i + 4 - 6i = 34$, care este număr real	**3p**
2.	$g(0) = 1$	**2p**
	$(f \circ g)(0) = f(g(0)) = f(1) = 1$	**3p**
3.	$x^2 - 4 = 5x - 8 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0$	**3p**
	$x = 1$, care nu verifică ecuația; $x = 4$, care verifică ecuația	**2p**
4.	Sunt 90 de numere naturale de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile	**1p**
	Sunt 13 numere naturale de două cifre, multipli de 7, deci sunt 13 cazuri favorabile	**2p**
	$p = \dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \dfrac{13}{90}$	**2p**
5.	Dreapta paralelă cu dreapta d are panta egală cu 3	**2p**
	Ecuația paralelei duse prin punctul A la dreapta d este $y = 3x - 3$	**3p**
6.	$\sin\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right)\sin x + \cos\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right)\cos x = \cos\left(\dfrac{\pi}{2} + x - x\right) =$	**3p**
	$= \cos\dfrac{\pi}{2} = 0$, pentru orice număr real x	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(2) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(2)) = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$	**2p**
	$= 4$	**3p**
b)	$A(x) + B(x) = \begin{pmatrix} x & 0 & x \\ 0 & 2x & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(x) + B(x)) = \begin{vmatrix} x & 0 & x \\ 0 & 2x & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 2x^2 - 4x^2 =$	**3p**
	$= -2x^2 = \det(B(x))$, pentru orice număr real x	**2p**
c)	$A(n)B(p) = \begin{pmatrix} n & 0 & 0 \\ 0 & n & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 & p \\ 0 & p & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & np \\ 0 & np & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B(3) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	**2p**
	$A(n)B(p) = B(3) \Leftrightarrow np = 3$ și, cum n și p sunt numere naturale, obținem $n = 1$, $p = 3$ sau $n = 3$, $p = 1$	**3p**
2.a)	$f(1) = 0 \Leftrightarrow 1^3 + a \cdot 1^2 + 8 \cdot 1 + 3 = 0$	**2p**
	$a = -12$	**3p**

b)	$a=6 \Rightarrow f=X^3+6X^2+8X+3$ și câtul este $X+1$	**3p**
	Restul este 0	**2p**
c)	$x_1+x_2+x_3=-a$, $x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=8 \Rightarrow x_1^2+x_2^2+x_3^2=a^2-16$	**3p**
	Pentru $a\in(-4,4)$, obținem $a^2-16<0$, deci $x_1^2+x_2^2+x_3^2<0$, adică polinomul f nu are toate rădăcinile reale	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\left(x^{2018}\right)'+(2018x)'+2'=$	**2p**
	$=2018x^{2017}+2018=2018\left(x^{2017}+1\right)$, $x\in\mathbb{R}$	**3p**
b)	Ecuația tangentei este $y-f(0)=f'(0)(x-0)$, adică $y=2018x+2$	**3p**
	$2020=2018a+2 \Leftrightarrow a=1$	**2p**
c)	$f'(x)=0 \Leftrightarrow x=-1$	**2p**
	Cum $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$, $f(-1)=-2015$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$, ecuația $f(x)=0$ are exact două soluții reale distincte	**3p**
2.a)	$\int_0^1\left(x^2+2x+2\right)dx=\left(\frac{x^3}{3}+2\cdot\frac{x^2}{2}+2x\right)\Big\vert_0^1=$	**3p**
	$=\frac{1}{3}+1+2=\frac{10}{3}$	**2p**
b)	$I_{n+1}+2I_n+2I_{n-1}=\int_0^1\frac{x^{n+1}+2x^n+2x^{n-1}}{x^2+2x+2}dx=$	**2p**
	$=\int_0^1\frac{x^{n-1}\left(x^2+2x+2\right)}{x^2+2x+2}dx=\int_0^1 x^{n-1}dx=\frac{x^n}{n}\Big\vert_0^1=\frac{1}{n}$, pentru orice număr natural n, $n\geq 2$	**3p**
c)	$I_{n+1}-I_n=\int_0^1\frac{x^n(x-1)}{x^2+2x+2}dx\leq 0$, deci $I_{n+1}\leq I_n$, pentru orice număr natural nenul n	**1p**
	$5I_{n+1}\leq I_{n+1}+2I_n+2I_{n-1}\leq 5I_{n-1} \Rightarrow 5I_{n+1}\leq\frac{1}{n}\leq 5I_{n-1}$, pentru orice număr natural n, $n\geq 2$	**2p**
	Pentru orice număr natural n, $n\geq 2$, $\frac{n}{5(n+1)}\leq nI_n\leq\frac{n}{5(n-1)}$, deci $\lim\limits_{n\to+\infty} nI_n=\frac{1}{5}$	**2p**