Examenul de bacalaureat naţional 2015

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obţinut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$z_1+z_2=(2+3i)+(1-3i)=$	**3p**
	$=3$, care este număr real	**2p**
2.	$g(1)=3$	**2p**
	$(f\circ g)(1)=f(g(1))=f(3)=2$	**3p**
3.	$4^x=4^3$	**2p**
	$x=3$	**3p**
4.	Sunt 90 de numere naturale de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile	**1p**
	Sunt 13 numere naturale de două cifre care sunt divizibile cu 7, deci sunt 13 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\dfrac{13}{90}$	**2p**
5.	Dreapta paralelă cu dreapta d are panta egală cu 4	**2p**
	Ecuația paralelei duse prin punctul A la dreapta d este $y=4x-8$	**3p**
6.	$\sin(\pi-x)\sin x-\cos(\pi-x)\cos x=-\cos(\pi-x+x)=$	**3p**
	$=-\cos\pi=1$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}1&0&1\\0&1&0\\1&0&1\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=1+0+0-1-0-0=0$	**3p**
b)	$A\cdot B(x)=\begin{pmatrix}0&2x&0\\x&0&x\\0&2x&0\end{pmatrix}$, $B(x)\cdot A=\begin{pmatrix}0&x&0\\2x&0&2x\\0&x&0\end{pmatrix}$	**2p**
	$A\cdot B(x)+B(x)\cdot A=\begin{pmatrix}0&3x&0\\3x&0&3x\\0&3x&0\end{pmatrix}=3\begin{pmatrix}0&x&0\\x&0&x\\0&x&0\end{pmatrix}=3B(x)$, pentru orice număr real x	**3p**
c)	$B(x)B(x)B(x)=\begin{pmatrix}0&2x^3&0\\2x^3&0&2x^3\\0&2x^3&0\end{pmatrix}$ și $B(x^2+x-2)=\begin{pmatrix}0&x^2+x-2&0\\x^2+x-2&0&x^2+x-2\\0&x^2+x-2&0\end{pmatrix}$	**3p**
	$2x^3=x^2+x-2,\ x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow x=-1$	**2p**
2.a)	$f(0)=0^3-2\cdot 0^2+2\cdot 0+m=$	**3p**
	$=0-0+0+m=m$	**2p**

b)	$x_1+x_2+x_3=2$, $x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=2$, $x_1x_2x_3=1$	**3p**
	$(x_1+x_2+x_3)\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right)=\frac{(x_1+x_2+x_3)(x_2x_3+x_1x_3+x_1x_2)}{x_1x_2x_3}=\frac{2\cdot 2}{1}=4$	**2p**
c)	$x_1^2+x_2^2+x_3^2=(x_1+x_2+x_3)^2-2(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)=2^2-2\cdot 2=0$	**2p**
	Dacă polinomul f ar avea toate rădăcinile reale, am obține $x_1=x_2=x_3=0$, contradicție cu $x_1+x_2+x_3=2$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\frac{(2x-1)(x^2+x+1)-(2x+1)(x^2-x+1)}{(x^2+x+1)^2}=$	**3p**
	$=\frac{2x^2-2}{(x^2+x+1)^2}=\frac{2(x-1)(x+1)}{(x^2+x+1)^2}$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	$f(0)=1$, $f'(0)=-2$	**2p**
	Ecuaţia tangentei este $y-f(0)=f'(0)(x-0)\Rightarrow y=-2x+1$	**3p**
c)	$\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x))^x=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}\right)^x=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1-\frac{2x}{x^2+x+1}\right)^x=$	**2p**
	$=e^{\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-2x^2}{x^2+x+1}}=e^{-2}$	**3p**
2.a)	$\int_0^1(f(x)+2x)dx=\int_0^1 e^x dx=$	**2p**
	$=e^x\Big\vert_0^1=e-1$	**3p**
b)	$F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=e^x-x^2+c$, unde $c\in\mathbb{R}$	**2p**
	$F(1)=e-3\Rightarrow c=-2$, deci $F(x)=e^x-x^2-2$	**3p**
c)	$V=\pi\int_0^1 g^2(x)dx=\pi\int_0^1(e^x-2x)^2dx=\pi\int_0^1(e^{2x}-4xe^x+4x^2)dx=$	**2p**
	$=\pi\left(\frac{1}{2}e^{2x}-4(x-1)e^x+4\frac{x^3}{3}\right)\Big\vert_0^1=\frac{\pi(3e^2-19)}{6}$	**3p**