CONCURSUL PENTRU OCUPAREA POSTURILOR DIDACTICE/CATEDRELOR DECLARATE VACANTE/REZERVATE ÎN UNITĂȚILE DE ÎNVĂȚĂMÂNT PREUNIVERSITAR
15 iulie 2015

Probă scrisă
Matematică

Model

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 4 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

	1. Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $2x^2+2(m+2)x+m^2+4m+3=0$, unde m este un număr real.
5p	**a)** Pentru $m=-3$, calculați x_1 și x_2.
5p	**b)** Determinați valorile reale ale lui m, știind că $\lvert x_1+x_2+2x_1x_2\rvert<1$.
5p	**c)** Determinaţi numerele reale m pentru care cel puţin unul dintre numerele x_1 şi x_2 este întreg.
	2. Se consideră triunghiul ascuțitunghic ABC și punctele M, N și P mijloacele arcelor mici $\overset{\frown}{BC}$, $\overset{\frown}{CA}$ și, respectiv, $\overset{\frown}{AB}$ ale cercului circumscris triunghiului ABC. Se notează cu I centrul cercului înscris în triunghiul ABC.
5p	**a)** Arătaţi că dreptele AM, BN şi CP sunt concurente în I.
5p	**b)** Arătaţi că triunghiul BIM este isoscel.
5p	**c)** Demonstraţi că punctul I este ortocentrul triunghiului MNP.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=ax^2+bx+c$ și matricea $A=\begin{pmatrix} c & b & a \\ a & c & b \\ b & a & c \end{pmatrix}$, unde a, b și c sunt numere reale nenule. Se notează cu x_1, x_2 și x_3 soluțiile ecuației $x^3-1=0$.
5p	**a)** Calculaţi $x_1^2+x_2^2+x_3^2$.
5p	**b)** Arătaţi că $\begin{pmatrix} f(x_1) & f(x_2) & f(x_3) \\ x_1 f(x_1) & x_2 f(x_2) & x_3 f(x_3) \\ x_1^2 f(x_1) & x_2^2 f(x_2) & x_3^2 f(x_3) \end{pmatrix}=A\cdot B$, unde $B=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 \end{pmatrix}$.
5p	**c)** Demonstraţi că $\det A=f(x_1)f(x_2)f(x_3)$.
	2. Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2x^2}{x^2+1}$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2x-2\operatorname{arctg}x$.
5p	**a)** Arătaţi că funcţia g este o primitivă a funcţiei f.
5p	**b)** Determinaţi ecuaţia asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcţiei g.
5p	**c)** Calculaţi $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{1}{\pi}\left(2n-\int_0^n f(x)\,dx\right)\right)^n$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Următoarea secvenţă face parte din programa şcolară de matematică pentru clasa a IX-a (3 ore):

Competenţe specifice	Conţinuturi
1. ***Recunoaşterea*** *unor corespondenţe care sunt şiruri, progresii aritmetice sau geometrice* *2.* ***Calcularea*** *valorilor unor şiruri care modelează situaţii practice în scopul caracterizării acestora* *3.* ***Alegerea*** *şi* ***utilizarea*** *unor modalităţi adecvate de calculare a elementelor unui şir* *4.* ***Interpretarea*** *grafică a unor relaţii provenite din probleme practice* *5.* ***Analizarea*** *datelor în vederea aplicării unor formule de recurenţă sau a raţionamentului de tip inductiv în rezolvarea problemelor* *6.* ***Analizarea*** *şi* ***adaptarea*** *scrierii termenilor unui şir în funcţie de context*	***Şiruri*** • *Modalităţi de a descrie un şir; şiruri particulare: progresii aritmetice, progresii geometrice, determinarea termenului general al unei progresii; suma primilor n termeni ai unei progresii* • *Condiţia ca n numere să fie în progresie aritmetică sau geometrică pentru* $n \geq 3$

(Programa şcolară de matematică, OMECI nr. 5099/09.09.2009)

Elaboraţi șase itemi de tipuri diferite: un item de tip *alegere multiplă*, un item de tip *răspuns scurt*, un item de tip *pereche*, un item de *completare*, un item de tip *întrebare structurată* și un item de tip *rezolvare de probleme*, prin care să evaluaţi trei sau mai multe dintre competenţele precizate în secvenţa dată.

În elaborarea itemilor se vor avea în vedere următoarele aspecte:

- formatul fiecărui item elaborat în vederea evaluării competenţei specifice alese;
- răspunsul aşteptat (baremul de evaluare) pentru fiecare dintre itemii elaboraţi;
- conţinutul ştiinţific al informaţiei de specialitate.