SIMULAREA PROBEI DE MATEMATICĂ DIN CADRUL EXAMENULUI DE BACALAUREAT 2013 LA NIVELUL MUNICIPIULUI BUCUREŞTI
01 FEBRUARIE 2013
BAREM DE EVALUARE ŞI NOTARE

M_pedagogic pentru filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare.
Orice variantă de rezolvare corectă şi completă se punctează corespunzător.
Se acordă 10 puncte din oficiu.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	Şirul $(a_n)_{n\geq 1}$ este progresie aritmetică, rezultă că $a_5 = a_1 + 4r = 11$, deci $r = 2$. Rezultă că $a_{10} = a_1 + 9r = 21$. Se obţine $S_{10} = \dfrac{(a_1 + a_{10})\cdot 10}{2} = 120.$	**2p** **1p** **2p**
2.	$(0,25)^{-1} = (2^{-2})^{-1} = 2^2$ Obținem ecuația $x^2 - x - 2 = 0$ Rezultă că $x_1 = -1, x_2 = 2.$	**2p** **1p** **2p**
3.	Relaţiile lui Viète pentru ecuaţia dată: $x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} = 3$ şi $x_1x_2 = \dfrac{c}{a} = 1,\ x_1 \neq 0, x_2 \neq 0$ Rezultă că $\dfrac{x_1}{x_2} + \dfrac{x_2}{x_1} = \dfrac{x_1^2 + x_2^2}{x_1x_2} = \dfrac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{x_1x_2} = 7$.	**3p** **2p**
4.	$\dfrac{5}{100}x = 160$ $x = 3200$	**3p** **2p**
5.	Condiția de coliniaritate $\dfrac{a}{3} = \dfrac{2}{1}$. Atunci $a = 6$	**3p** **2p**
6.	Triunghiul ABC este dreptunghic, $m(\widehat{C}) = 90^0$. $tgA = \dfrac{BC}{AC}$ Rezultă că: $AC = 8\sqrt{3}$.	**2p** **2p** **1p**

SUBIECTUL II **(30 de puncte)**

1.	Legea este asociativă dacă oricare $x, y, z \in \mathbb{Z},\ (x * y) * z = x * (y * z)$ $(x * y) * z = [(x+1)(y+1) - 1] * z = (x+1)(y+1)(z+1) - 1$ $x * (y * z) = x * [(y+1)(z+1) - 1] = (x+1)(y+1)(z+1) - 1$	**1p** **2p** **2p**
2.	Legea este comutativă dacă oricare $x, y \in \mathbb{Z},\ x * y = y * x$ $x * y = (x+1)(y+1) - 1$ $y * x = (y+1)(x+1) - 1$	**1p** **2p** **2p**
3.	Legea admite element neutru dacă există $e \in \mathbb{Z}$ astfel încât $x * e = e * x = x$, oricare $x \in \mathbb{Z}$. Conform 2), $x * e = e * x$, oricare $x \in \mathbb{Z}$ $(e+1)(x+1) - 1 = x$, deci $e \cdot (x+1) = 0$, oricare $x \in \mathbb{Z}$ $e = 0,\ e \in \mathbb{Z}$	**1p** **1p** **2p** **1p**
4.	$x * x' = 0 \Rightarrow (x+1)(x'+1) = 1$ $x + 1 = x' + 1 = \pm 1$	**1p** **2p**

	În concluzie, $x \in \{-2,0\}$	**2p**
5.	Notăm $y=(-2)*(-3)*(-4)*...*(-10)$	**2p**
	Ţinând cont de asociativitate, $0*(-1)*y=[0*(-1)]*y=(-1)*y=(-1+1)(y+1)-1=-1$	**3p**
6.	$3^x * 3^{x+1} = 7 \Rightarrow 3^{2x+1} + 4\cdot 3^x - 7 = 0$, notăm $3^x = t,\ t>0$	**2p**
	Rezultă $3t^2+4t-7=0$, cu soluțiile $t_1 = -\frac{7}{3} < 0, t_2 = 1$.	**2p**
	Singura soluţie a ecuaţiei iniţiale este $x=0$	**1p**

SUBIECTUL III **(30 de puncte)**

1.	$\det(A)=\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{vmatrix}$	**1p**
	$\det(A)=6$	**4p**
2.	Conform 1), $\det(A)\neq 0$, rezultă că A este inversabilă.	**1p**
	$X = A^{-1}\cdot I_2 = A^{-1}$	**1p**
	$A^* = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$	**1p**
	$X = A^{-1} = \frac{1}{\det(A)}\cdot A^* = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$	**2p**
3.	$A^2 = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$	**3p**
	$A^3 = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 27 \end{pmatrix}$	**2p**
4.	$A^n = \begin{pmatrix} 2^n & 0 \\ 0 & 3^n \end{pmatrix}, n\in\mathbb{N}^*$	**2p**
	Demonstrație prin metoda inducției matematice	**3p**
5.	$B=\begin{pmatrix} 2+2^2+...+2^{100} & 0 \\ 0 & 3+3^2+...+3^{100} \end{pmatrix}$	**1p**
	$2+2^2+...+2^{100}=2^{101}-2$,	**1p**
	$3+3^2+...+3^{100}=\frac{3^{101}-3}{2}$	**1p**
	Cifra unităţilor sumei numărului ce reprezintă suma elementelor matricei B este egală cu 0.	**1p**
6.	Înmulţind relaţia $X\ X^2 = A$ cu X la stânga, apoi la dreapta, rezultă $XA = AX$	**2p**
	Obţinem $X=\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix},\ a,b\in\mathbb{R}$	**1p**
	$a^2=2, b^2=3$	**1p**
	Numărul de soluţii este egal cu 4	**1p**