SIMULAREA PROBEI DE MATEMATICĂ DIN CADRUL EXAMENULUI DE BACALAUREAT 2013 LA NIVELUL MUNICIPIULUI BUCUREŞTI
01 FEBRUARIE 2013
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

M_mate-info pentru filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică şi pentru filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică;

Orice variantă de rezolvare corectă şi completă se punctează corespunzător.
Se acordă 10 puncte din oficiu.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\lvert x-1\rvert$ poate fi $x-1$ sau $1-x$	**1p**
	$2x-5\geq 0$, deci avem restricţia $x\geq\frac{5}{2}$	**1p**
	Ecuaţia $x-1=2x-5$ are soluţia $x=4\geq\frac{5}{2}$, deci convine.	**1p**
	Ecuaţia $1-x=2x-5$ are soluţia $x=2<\frac{5}{2}$, care nu convine.	**1p**
	Ecuaţia admite doar soluţia reală $x=4$.	**1p**
2.	Pentru $x+1>0$ obţinem inecuaţia $x+1\geq 2$ şi mulţimea soluţiilor $[1,+\infty)$	**2p**
	Pentru $x+1<0$ obţinem inecuaţia $x+1\leq 2$ şi mulţimea soluţiilor $(-\infty,1]\cap(-\infty,-1)$	**2p**
	Mulţimea soluţiilor este $(-\infty,-1)\cup[1,+\infty)$	**1p**
3.	$z=x+yi$, unde $x,y\in\mathbb{R}$ implică $\overline{z}=x-yi$	**2p**
	$3x=6,\quad -y=1$	**2p**
	$z=2-i$	**1p**
4.	Cerinţă echivalentă cu a determina numărul de submulţimi ale mulţimii $\{2,3,4,5,6\}$	**2p**
	Sunt $2^5=32$ submulţimi	**3p**
5.	Ecuaţia este echivalentă cu $\operatorname{tg}x=-1$	**2p**
	Soluţiile din $(0,2\pi)$ sunt $\frac{3\pi}{4}$ şi $\frac{7\pi}{4}$	**3p**
6.	Perpendiculara din origine pe dreapta dată are ecuaţia $2x+y=0$	**2p**
	Proiecţia originii pe dreaptă are coordonatele $\left(\frac{1}{5},-\frac{2}{5}\right)$	**2p**
	Simetricul are coordonatele $\left(\frac{2}{5},-\frac{4}{5}\right)$	**1p**

SUBIECTUL II **(30 de puncte)**

1.a)	$A^2=\begin{pmatrix}4&5\\0&9\end{pmatrix}$	**2p**
	$A^2-5A+6I_2=0_2$	**2p**
	Suma elementelor este egală cu 0	**1p**
b)	Pentru $n=1$ concluzia se verifică şi $x_1=1$	**1p**
	Dacă afirmaţia este adevărată pentru un număr natural oarecare n, $n\geq 1$, deci x_n există şi este un număr natural, se obţine $A^{n+1}=A\cdot A^n=\begin{pmatrix}2^{n+1}&2x_n+3^n\\0&3^{n+1}\end{pmatrix}$, în concluzie afirmaţia este adevărată şi pentru $n+1$, cu $x_{n+1}=2x_n+3^n\in\mathbb{N}$	**4p**

c)	Din **a)** sau din **b)** rezultă $x_{n+2}=5x_{n+1}-6x_n$ x_{n+2} este divizibil cu 5 dacă şi numai dacă x_n este divizibil cu 5 x_1 nu este divizibil cu 5 şi $x_2=5$ este divizibil cu 5, de unde concluzia	**2p** **1p** **2p**
2.a)	Trebuie arătat că $(x\circ y)\circ z=x\circ(y\circ z)$, pentru orice $x,y,z\in\mathbb{Z}$ $(x\circ y)\circ z=a^2xyz+(a^2+a)(xy+xz+yz)+(a+1)^2(x+y+z)+(a+1)(a+2)$ $x\circ(y\circ z)$ este dat de aceeaşi expresie	**1p** **2p** **2p**
b)	$x\circ(-1)=(-1)\circ x=-ax+(a+1)x=x$, pentru orice $x\in\mathbb{Z}$ Finalizare	**4p** **1p**
c)	Simetricul lui x este dat de $x\circ x'=x'\circ x=-1,\ x'\in\mathbb{Z}$ $x'=\dfrac{-x}{2x+1}$ $x'\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow x\in\{-1,0\}$	**2p** **1p** **2p**

SUBIECTUL III **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\dfrac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}(x+\sqrt{x^2+1})'$ $f'(x)=\dfrac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}\left(1+\dfrac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}\right)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$, oricare $x\in\mathbb{R}$	**2p** **3p**
b)	$x_2=\ln(1+\sqrt{2})<1=x_1$, deoarece $1+\sqrt{2}<e$ Deoarece $f'\geq 0$, funcţia este crescătoare, deci $x_n\geq x_{n+1}$ implică $x_{n+1}=f(x_n)\geq f(x_{n+1})=x_{n+2}$ Rezultă inductiv că şirul este descrescător	**1p** **3p** **1p**
c)	$f(x+e)-f(x)=ef'(c_x),\ c_x\in(x,x+e)$ Cerinţa rezultă din $f'(c_x)\leq 1$, oricare ar fi c_x	**3p** **2p**
2.a)	$F'(x)=\dfrac{1}{1+x^2}+2x\operatorname{arctg}x+\dfrac{x^2}{1+x^2}-1$ Finalizare	**4p** **1p**
b)	$I_n\geq 0$ $I_n\leq\int_0^1\dfrac{\pi}{2}x^n\mathrm{d}x=\dfrac{\pi}{2(n+1)}$ Finalizare	**1p** **3p** **1p**
c)	$\int_0^1 x^n\operatorname{arctg}x\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^{n+1}}{n+1}\operatorname{arctg}x\Big\vert_0^1-\dfrac{1}{n+1}\int_0^1\dfrac{x^{n+1}}{1+x^2}\mathrm{d}x=\dfrac{\pi}{4(n+1)}-\dfrac{1}{n+1}\int_0^1\dfrac{x^{n+1}}{1+x^2}\mathrm{d}x$ $(n+1)\int_0^1 f_n(x)\mathrm{d}x+(n-1)\int_0^1 f_{n-2}(x)\mathrm{d}x=\dfrac{\pi}{2}-\int_0^1\dfrac{x^{n+1}+x^{n-1}}{1+x^2}\mathrm{d}x$ Finalizare	**3p** **1p** **1p**