



**SIMULAREA PROBEI DE MATEMATICĂ DIN CADRUL  
EXAMENULUI DE BACALAUREAT 2013 LA NIVELUL MUNICIPIULUI BUCUREȘTI  
01 FEBRUARIE 2013  
SUBIECT**

*M2-științe ale naturii* pentru filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete.

**SUBIECTUL I****(30 de puncte)**

- 5p 1. Calculați  $\sqrt{3}(\sqrt{27} - \sqrt{3}) - \sqrt[3]{27}$ .
- 5p 2. Determinați soluțiile întregi ale inecuației  $3x^2 - 2x - 8 \leq 0$ .
- 5p 3. Rezolvați în  $\mathbb{R}$  ecuația  $5^{x+2} = 0,2$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea  $\{0,1,2,3,\dots,50\}$  acesta să fie divizibil cu 6.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$ , se consideră punctul  $A(-4;3)$ . Determinați coordonatele punctului  $B$  știind că  $O$  este mijlocul segmentului  $[AB]$ .
- 5p 6. Calculați  $\cos x$ , știind că  $\sin x = \frac{1}{5}$  și  $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

**SUBIECTUL II****(30 de puncte)**

1. În mulțimea  $M_2(\mathbb{R})$  se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} 0 & a \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $a \in \mathbb{R}$ .
- 5p a) Determinați  $a \in \mathbb{R}$  astfel încât  $A^2 + A = I_2$ .
- 5p b) Pentru  $a = 1$ , determinați inversa matricei  $A$ .
- 5p c) Pentru  $a = 1$ , rezolvați ecuația  $AX = \begin{pmatrix} 2010 & 2011 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = xy - 4x - 4y + 20$ .
- 5p a) Demonstrați că  $x * y = (x - 4)(y - 4) + 4$ , oricare ar fi  $x, y \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Demonstrați că legea dată este asociativă.
- 5p c) Calculați  $1 * 2 * 3 * \dots * 2013$ .

**SUBIECTUL III****(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^5 + x^3 + x + 5^x$ .
- 5p a) Demonstrați că  $f'(0) = \ln 5e$ .
- 5p b) Demonstrați că funcția  $f$  este crescătoare pe  $\mathbb{R}$ .
- 5p c) Demonstrați că  $5^b - 5^a \geq a^5 - b^5 + a^3 - b^3 + a - b$ , oricare ar fi numerele reale  $a, b$  cu  $a \leq b$ .
2. Se consideră funcțiile  $f, F: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{3x+1}$ ,  $F(x) = \frac{2}{9}(3x+1)\sqrt{3x+1}$ .
- 5p a) Demonstrați că funcția  $F$  este o primitivă a funcției  $f$ .
- 5p b) Calculați  $\int_0^2 f(x) dx$ .
- 5p c) Calculați  $\int_0^1 xf(x^2) dx$ .