Examenul de bacalaureat 2012

Proba E.c)

Proba scrisă la MATEMATICĂ

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\log_2\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)+\log_2\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)=\log_2\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)$ Finalizare	**3p** **2p**
2.	$f(x)=0 \Leftrightarrow x=-1$ sau $x=-4$ Distanța este egală cu 3	**3p** **2p**
3.	Notăm $3^x=t$ şi obținem $t+3t=4$ $t=1 \Leftrightarrow x=0$	**3p** **2p**
4.	$T_{k+1}=C_{20}^k \cdot x^{20-k} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^k = C_{20}^k \cdot x^{20-k-\frac{k}{2}}$ $20-k-\frac{k}{2}=14 \Leftrightarrow k=4$ Rangul termenului este 5	**2p** **2p** **1p**
5.	$m_d=-\frac{3}{2}$ Ecuația paralelei este $y-y_A=-\frac{3}{2}(x-x_A)$ adică $y=-\frac{3}{2}x+\frac{15}{2}$	**2p** **3p**
6.	$\frac{BC}{\sin A}=\frac{AB}{\sin C} \Rightarrow \sin C=\frac{1}{2}$ $m(\sphericalangle C)=30^\circ$, deoarece $m(\sphericalangle A)>m(\sphericalangle C)$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix} -1 & a & 2a+4 \\ a+2 & a & a+1 \\ a+1 & 2a-1 & 3 \end{vmatrix}=$ $=\begin{vmatrix} 3a+3 & a & 2a+4 \\ 3a+3 & a & a+1 \\ 3a+3 & 2a-1 & 3 \end{vmatrix}=(3a+3)\begin{vmatrix} 1 & a & 2a+4 \\ 1 & a & a+1 \\ 1 & 2a-1 & 3 \end{vmatrix}=(3a+3)\begin{vmatrix} 1 & a & 2a+4 \\ 0 & 0 & -a-3 \\ 0 & a-1 & -2a-1 \end{vmatrix}$ Finalizare	**2p** **2p** **1p**
b)	Sistemul este compatibil determinat $\Leftrightarrow \det A \neq 0$ $\det A=0 \Leftrightarrow a\in\{-1,1,-3\}$ $a\in\mathbb{R}\setminus\{-1,1,-3\}$	**2p** **2p** **1p**
c)	$a=-2 \Rightarrow \begin{cases} -x-2y=1 \\ -2y-z=1 \\ -x-5y+3z=2 \end{cases}$	**1p**

	$x=-\frac{1}{9},\ y=-\frac{4}{9},\ z=-\frac{1}{9}$	4p
2.a)	$\hat{0}^5=\hat{0},\ \hat{1}^5=\hat{1},\ \hat{2}^5=\hat{2},\ \hat{3}^5=\hat{3},\ \hat{4}^5=\hat{4}$	5p
b)	$f=X^8+X^4+\hat{3}X^4+\hat{3}=X^4\left(X^4+\hat{1}\right)+\hat{3}\left(X^4+\hat{1}\right)$	2p
	$f=\left(X^4+\hat{1}\right)\left(X^4+\hat{3}\right)$	3p
c)	$f\left(\hat{0}\right)=\hat{3}$	1p
	$a\neq\hat{0}\Rightarrow a^4=\hat{1}$	2p
	$f(a)=\hat{1}+\hat{4}+\hat{3}=\hat{3}$ pentru orice $a\neq\hat{0}$	1p
	Finalizare	1p

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	*f* este derivabilă pe $\mathbb{R}$ și $f'(x)=1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$	2p
	$\lim\limits_{x\to0}\frac{f(x)-1}{x}=\lim\limits_{x\to0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=f'(0)=1$	3p
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+\sqrt{x^2+1}}{x}=2$	2p
	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-2x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)=0$	2p
	$y=2x$ este ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției *f*	1p
c)	*f* este continuă pe $\mathbb{R}$, $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$ și $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty\Rightarrow f$ este surjectivă, deci ecuația are soluție	2p
	$f'(x)>0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow f$ este strict crescătoare $\Rightarrow f$ este injectivă, deci soluția este unică	3p
2.a)	$I_1=\int_0^1 x\cdot e^{x^2}dx=\frac{1}{2}e^{x^2}\Big\vert_0^1=$	3p
	$=\frac{e-1}{2}$	2p
b)	$2I_p=\int_0^1 x^{p-1}\left(2xe^{x^2}\right)dx=\int_0^1\left(e^{x^2}\right)'x^{p-1}dx=e^{x^2}x^{p-1}\Big\vert_0^1-(p-1)\int_0^1 e^{x^2}x^{p-2}dx$	3p
	$2I_p=e-(p-1)I_{p-2}\ \Rightarrow\ 2I_p+(p-1)I_{p-2}=e$	2p
c)	Considerăm funcția continuă $f:[0,1]\to\mathbb{R}$, $f(x)=xe^{x^2}$, șirul de diviziuni $\Delta_n=\left(\frac{k}{n}\right)_{k=\overline{0,n}}$ cu $\lVert\Delta_n\rVert\to0$ și punctele intermediare $\frac{k}{n}\in\left[\frac{k-1}{n},\frac{k}{n}\right]$	1p
	$\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{n^2}\cdot\left(e^{\frac{1^2}{n^2}}+2e^{\frac{2^2}{n^2}}+\ldots+ne^{\frac{n^2}{n^2}}\right)=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{n}\cdot\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{n}\cdot e^{\left(\frac{k}{n}\right)^2}=$	2p
	$=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{n}\cdot\sum_{k=1}^{n}f\left(\frac{k}{n}\right)=\int_0^1 f(x)dx=\frac{e-1}{2}$	2p