

CONCURSUL PENTRU OCUPAREA POSTURILOR DIDACTICE/ CATEDRELOR
DECLARATE VACANTE/ REZERVATE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR
13 IULIE 2011

Probă scrisă la **MATEMATICĂ**

VARIANTA 2

Profesori

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 4 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1. Pentru fiecare număr natural nenul n notăm cu a_n ultima cifră a numărului $1^2 + 2^2 + \dots + n^2$.

5p a) Arătați că $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$, $\forall n \geq 1$.

5p b) Calculați a_7 .

3p c) Arătați că șirul $(a_n)_{n \geq 1}$ este periodic de perioadă 20.

2p d) Calculați a_m , pentru $m = 2011^{2011}$.

2. Se consideră triunghiul ascuțitunghic ABC și A' , B' , respectiv C' , mijloacele arcelor mici $\widehat{BC}$, $\widehat{CA}$, respectiv $\widehat{AB}$ ale cercului circumscris triunghiului ABC . Fie I centrul cercului înscris în triunghiul ABC .

5p a) Demonstrați că dreptele AA' , BB' și CC' sunt concurente.

5p b) Arătați că triunghiul BIA' este isoscel.

3p c) Demonstrați că punctul I este ortocentrul triunghiului $A'B'C'$.

2p d) Demonstrați că $AI = IA'$ dacă și numai dacă $r = R(1 - \cos A)$, unde r este raza cercului înscris în triunghiul ABC , iar R este raza cercului circumscris triunghiului ABC .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Fie mulțimea $M = \{a + b\sqrt{5} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$.

5p a) Verificați dacă $\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} \in M$.

5p b) Arătați că, dacă $x, y \in M$, atunci $x + y - xy \in M$.

3p c) Fie $x = a + b\sqrt{5} \in M$, $x \neq 0$. Arătați că $\frac{1}{x} \in M$ dacă și numai dacă $|a^2 - 5b^2| = 1$.

2p d) Arătați că există o infinitate de elemente $x \in M$ astfel încât $\frac{1}{x} \in M$.

2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{3 + \cos x}$.

5p a) Arătați că orice primitivă a funcției f este strict crescătoare pe $\mathbb{R}$.

5p b) Calculați $\int f(x) \sin x dx$, $x \in \mathbb{R}$.

3p c) Demonstrați că funcția f nu are limită la $+\infty$.

2p d) Calculați $\int_0^{2\pi} f(x) dx$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Proiectați un test scris, însoțit de baremul de evaluare și de notare, pentru evaluarea sumativă la finalul anului școlar, la disciplina/una dintre disciplinele la care susțineți concursul, pentru învățământul gimnazial/liceal.

În vederea acordării punctajului:

- veți menționa următoarele elemente: disciplina/modulul de pregătire profesională, clasa, capitolele/conținuturile și timpul de lucru;
- veți construi 2 itemi de tip pereche, 2 itemi de tip răspuns scurt/de completare, 1 item de tip întrebare structurată și 1 item de tip eseu/ rezolvare de probleme;
- veți redacta un barem în care se distribuie 90 de puncte și se acordă 10 puncte din oficiu.