

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
16.02.2019**

CLASA A VIII A

Subiectul I

Determinați numerele reale x, y știind că verifică relația

$$x^2 + y^2 + 2x\sqrt{2} - y + \frac{9}{4} = 0$$

Subiectul II

a) Dacă a, b sunt numere reale și x, y sunt numere reale strict pozitive

demonstrați inegalitatea $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y}$. Când se obține egalitate ?

b) Determinați numerele reale strict pozitive x, y, z ce verifică relațiile

$$x + y + z = 27 \text{ și } \frac{1}{2x+y+2} + \frac{1}{2y+z+3} + \frac{1}{2z+x+4} = \frac{1}{10}.$$

Subiectul III

Se consideră o piramidă patrulateră regulată $SABCD$, cu latura bazei $AB = 12 \text{ cm}$. Determinați înălțimea piramidei știind că $m(\sphericalangle(SBC), (SAC)) = 60^\circ$.

Subiectul IV

Se consideră tetraedrul $ABCD$ și fie M, P, N, Q, R, S mijloacele muchiilor AB, BC, CD, DA, AC și respectiv BD .

a) Demonstrați că dreptele MN, PQ și RS sunt concurente.

b) Dacă $AB \perp CD$ și $AC \perp BD$ demonstrați că patrulaterul $MRNS$ este dreptunghi.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte

Timp de lucru 3 ore