

Examenul de bacalaureat 2011
Proba E. c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științele naturii.

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Într-o progresie aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ se cunosc $a_2 = 6$ și $a_3 = 5$. Calculați a_6 .
- 5p 2. Determinați soluțiile întregi ale inecuației $2x^2 - x - 3 \leq 0$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x+2) - \log_3(x-4) = 1$.
- 5p 4. După o scumpire cu 5%, prețul unui produs crește cu 12 lei. Calculați prețul produsului înainte de scumpire.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,4)$ și $B(5,0)$. Determinați ecuația mediatoarei segmentului $[AB]$.
- 5p 6. Calculați raza cercului circumscris triunghiului ABC , știind că $BC = 9$ și $m(\sphericalangle BAC) = 120^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră determinantul $D(x, y) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & y \\ 1 & x+1 & y+1 \end{vmatrix}$, unde $x, y \in \mathbb{Z}$.
- 5p a) Calculați $D(-1, 1)$.
- 5p b) Determinați $x \in \mathbb{Z}$ pentru care $D(x, 2010) = 1$.
- 5p c) Demonstrați că $D(x, y) \cdot D(x, -y) = D(x^2, y^2)$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{Z}$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 2xy - 6x - 6y + 21$.
- 5p a) Arătați că $x * y = 2(x-3)(y-3) + 3$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Arătați că legea „ $*$ ” este asociativă.
- 5p c) Calculați $1 * 2 * \dots * 2011$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + x^2 + x + 3^x$.
- 5p a) Calculați $f'(0)$.
- 5p b) Arătați că funcția f este crescătoare pe \mathbb{R} .
- 5p c) Arătați că $a^3 + a^2 + a - b^3 - b^2 - b \leq 3^b - 3^a$, oricare ar fi numerele reale a, b cu $a \leq b$.
2. Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră funcția $f_n: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = x^n e^x$.
- 5p a) Calculați $\int_0^1 \frac{f_1(x)}{e^x} dx$.
- 5p b) Calculați $\int_0^1 f_1(x) dx$.
- 5p c) Arătați că $\int_0^1 f_n(x^2) dx \geq \frac{1}{2n+1}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$.